

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA FE Y ALEGRÍA GRANIZAL</b> "Calidad, respeto y excelencia, nuestros principios de convivencia"	<b>GUÍA DE TRABAJO EN CASA</b>	
	Nombre Estudiante: _____	Área/Asignatura: <b>MATEMÁTICAS</b>	Grado: <b>9°</b>

## POTENCIACIÓN

La **potenciación** es la operación que permite expresar, de forma simplificada, la multiplicación de varios factores.

Si  $n \in \mathbb{Z}^+$  y  $a \in \mathbb{R}$ , entonces, se cumple que:

$$\begin{array}{c}
 \text{Exponente} \\
 \swarrow \\
 a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{Factores iguales}} = \underbrace{b}_{\text{Potencia}} \\
 \uparrow \\
 \text{Base}
 \end{array}$$

## PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

Las propiedades de la potenciación son reglas generales que se utilizan para simplificar expresiones numéricas y algebraicas.

Producto de potencias de igual base:  $a^m \cdot b^n = a^{m+n}$

Cociente de potencias de igual base:  $\frac{a^m}{b^n} = a^{m-n}$

Potencia de una potencia:  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Potencia de un producto:  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Potencia de un cociente:  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Potencia con exponente cero:  $a^0 = 1; a \neq 0$

Potencia con exponente uno:  $a^1 = a$

Potencia con exponente negativo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

**Ejemplo1:** Expresar como una potencia

- $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^{10}$
- $(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^6$
- $\left[(-3)^4\right]^3 \times (-3)^5 = (-5)^{12} \times (-5)^5 = (-5)^{17}$
- $\frac{(2)^{10} \times (2)^8}{\left[(2)^3\right]^5} = \frac{(2)^{18}}{(2)^{15}} = (2)^{18-15} = (2)^3$

**Ejemplo2:** Simplificar las siguientes expresiones.

- $(5^2 x^4)^6 \cdot (5^{-4} x^5)^2 = 5^{12} x^{24} 5^{-8} x^{10} = 5^4 x^{34}$
- $(2a^{-2})(3a^4)(a^6)^4 = (2a^{-2})(3a^4)(a^{24}) = 6a^{26}$

$$3. \frac{(2x^3)(3x^2)}{(x^2)^3} = \frac{6x^5}{x^6} = \frac{6}{x}$$

$$4. \frac{(3b)^5 (3b^3)^2}{(3b^2)^{-3}} = \frac{3^5 b^5 3^2 b^6}{3^{-3} b^{-6}} = \frac{3^7 b^{11}}{3^{-3} b^{-6}} = 3^{7-(-3)} b^{11-(-6)} = 3^{7+3} b^{11+6} = 3^{10} b^{17}$$

$$5. \left(\frac{2a^2 b c^7}{a^3 b^2 c^3}\right)^6 = \left(\frac{2c^{7-3}}{a^{3-2} b^{2-1}}\right)^6 = \left(\frac{2c^4}{ab}\right)^6 = \frac{2^6 c^{24}}{a^6 b^6}$$

## RADICACIÓN

La radicación es la operación inversa a la potenciación, que permite calcular la base cuando se conoce el exponente y la potencia. La raíz enésima de un número real  $a$  es un número real  $b$ , si y sólo si la enésima potencia de  $b$  es  $a$ . Es decir,  $\sqrt[n]{a} = b$ , si y solo si  $b^n = a$ .

Donde  $a, b \in \mathbb{R}$  y  $n \in \mathbb{Z}^+$

Los términos de la radicación son:

$$\begin{array}{c}
 \text{índice} \quad \quad \quad \text{raíz} \\
 \swarrow \quad \quad \quad \swarrow \\
 \sqrt[6]{64} = 2 \leftrightarrow 2^6 = 64 \\
 \swarrow \quad \quad \quad \swarrow \\
 \text{radical} \quad \quad \quad \text{radicando}
 \end{array}$$

## PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

Las propiedades de la radicación se utilizan para simplificar expresiones algebraicas con radicales.

Raíz de un producto:  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Raíz de un cociente:  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Raíz de una raíz:  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

Raíz de una potencia:  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Raíz enésima de un número positivo elevado a la  $n$ :  $\sqrt[n]{a^n} = a$

**Ejemplo1:** Aplica las propiedades de la radicación para simplificar las siguientes expresiones algebraicas.

$$1. \sqrt[4]{81x^{28}y^{20}z^8}$$

### Solución

Primero descomponemos a 81 en sus factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Entonces:  $81=3^4$

Luego entonces:

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{81x^{28}y^{20}z^8} &= \sqrt[4]{3^4x^{28}y^{20}z^8} = \sqrt[4]{3^4} \sqrt[4]{x^{28}} \sqrt[4]{y^{20}} \sqrt[4]{z^8} \\ &= 3^{\frac{4}{4}} x^{\frac{28}{4}} y^{\frac{20}{4}} z^{\frac{8}{4}} = 3x^7y^5z^2 \end{aligned}$$

2.  $\sqrt[4]{a^{72}b^{48}c^{96}}$

**Solución**

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{a^{72}b^{48}c^{96}} &= \sqrt[12]{a^{72}b^{48}c^{96}} = \sqrt[12]{a^{72}} \sqrt[12]{b^{48}} \sqrt[12]{c^{96}} \\ &= a^{\frac{72}{12}} b^{\frac{48}{12}} c^{\frac{96}{12}} = a^6b^4c^8 \end{aligned}$$

3.  $\sqrt[3]{\frac{27x^{24}y^9z^6}{343x^{18}y^{12}}}$

**Solución**

Primero descomponemos en sus factores primos a 27 y 343.

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Entonces:  $27=3^3$  y  $343=7^3$

Luego entonces:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\frac{27x^{24}y^9z^6}{343x^{18}y^{12}}} &= \sqrt[3]{\frac{3^3x^{24}y^9z^6}{7^3x^{18}y^{12}}} = \frac{\sqrt[3]{3^3x^{24}y^9z^6}}{\sqrt[3]{7^3x^{18}y^{12}}} \\ &= \frac{3^{\frac{3}{3}}x^{\frac{24}{3}}y^{\frac{9}{3}}z^{\frac{6}{3}}}{7^{\frac{3}{3}}x^{\frac{18}{3}}y^{\frac{12}{3}}} = \frac{3x^8y^3z^2}{7x^6y^4} = \frac{3x^2z^2}{7y} \end{aligned}$$

4.  $5\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{375} - 6\sqrt[3]{24}$

**Solución**

Primero descomponemos en sus factores primos a 81, 375 y 24.

$$\begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 375 & 3 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$81=3^4$        $375=5^3 \cdot 3$        $24=2^3 \cdot 3$

Luego entonces:

$$\begin{aligned} &5\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{375} - 6\sqrt[3]{24} \\ &= 5\sqrt[3]{3^4} + 2\sqrt[3]{5^3 \cdot 3} - 6\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} \\ &= 5\sqrt[3]{3^3 \cdot 3} + 2\sqrt[3]{5^3 \cdot 3} - 6\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} \\ &= 5 \cdot 3\sqrt[3]{3} + 2 \cdot 5\sqrt[3]{3} - 6 \cdot 2\sqrt[3]{3} \\ &= 15\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{3} - 12\sqrt[3]{3} \\ &= (15 + 10 - 12)\sqrt[3]{3} \\ &= 13\sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

## ENLACES CON EXPLICACIONES PARA LA POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

<https://www.youtube.com/watch?v=hbGKyZDpykQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=ZZmTpbqg1mY>

[https://www.youtube.com/watch?v=QTOF9\\_9LZSs](https://www.youtube.com/watch?v=QTOF9_9LZSs)

## EJEMPLOS DE POTENCIACIÓN

<https://www.youtube.com/watch?v=mQiYuVeXZxM>

<https://www.youtube.com/watch?v=vhDge-IYbME>

<https://www.youtube.com/watch?v=pQIxGS9Dwpk>

<https://www.youtube.com/watch?v=csFGfZt-2Ck>

<https://www.youtube.com/watch?v=VTtjO5e1fxk>

## EJEMPLOS DE RADICACIÓN

<https://www.youtube.com/watch?v=x47EnP1iuzs>

<https://www.youtube.com/watch?v=uq875zmaWxM>

<https://www.youtube.com/watch?v=ptP3J7pXVX4>

<https://www.youtube.com/watch?v=nS27Op1a8CA>

## TALLER SOBRE POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

GRADO: 9º; GRUPO: \_\_\_\_\_; FECHA: \_\_\_\_\_

Nombre y apellidos: \_\_\_\_\_

Simplificar las siguientes expresiones aplicando las propiedades de la potenciación y escribir cada una de las respuestas con exponentes positivos:

$$1. \frac{(x^4 y^2)^{-3} \cdot (x^3 y^4)^5}{x^9 y^7} \quad 2. \left( \frac{6a^6 b^3}{2a^{-2} b^5} \right)^4 \quad 3. \frac{[(3x)^2]^4}{[(3x)^2]^3} \quad 4. [(7b)^5]^3 \cdot (7b)^5 \cdot (7b)^{-3} \quad 5. \left[ \frac{(8a)^8}{(8a)^{-2}} \right]^6$$

Aplica las propiedades de la radicación para simplificar las siguientes expresiones algebraicas.

$$1. \sqrt[3]{\sqrt{729a^{36}b^{18}c^{12}}} \quad 2. \sqrt[3]{343x^{24}y^{15}z^9} \quad 3. \sqrt{\frac{16x^{14}y^{10}}{49x^{20}y^{16}z^4}} \quad 4. 5\sqrt{175} - 7\sqrt{252} + 5\sqrt{63}$$